

**Exercice n°1***Amérique du Nord J2 - 22 mai 2025*

On désigne par  $(u_n)$  la suite définie par : 
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n} \end{cases}$$

On désigne par  $(v_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = \ln(u_n)$ .

1. Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .
2. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ , pour tout entier naturel  $n$ .
3. En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,

$$\ln(2) = 2^n \times \ln(u_n)$$


---

**Exercice n°2***Amérique du Nord J2 (secours) - 22 mai 2025*

On considère la suite  $(u_n)$  définie par : 
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \end{cases}$$

Soit  $(w_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par :

$$w_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$$

1. Démontrer que la suite  $(w_n)$  est géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .
  2. Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $w_n$  en fonction de  $n$ .
  3. En déduire que  $u_{n+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}u_n$ .
- 

**Exercice n°3***Asie J2 - 12 juin 2025*

Soit  $(u_n)$  la suite définie par : 
$$\begin{cases} u_0 = 30 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 10 \end{cases}$$

Soit  $(v_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = u_n - 20$ .

1. Calculer les valeurs exactes de  $u_1$  et  $u_2$ .
2. Démontrer que  $(v_n)$  est géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .
3. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  pour tout  $n$  entier naturel.
4. En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,

$$u_n = 20 + 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$


---

**Exercice n°4**

Asie J1 - 05 septembre 2025

Soit la suite  $(p_n)$  définie par : 
$$\begin{cases} p_1 = 1 \\ p_{n+1} = -0,4p_n + 0,7 \end{cases}$$

On considère la suite  $(u_n)$ , définie pour tout entier naturel  $n$  non nul par  $u_n = p_n - 0,5$ .

1. Montrer que  $(u_n)$  est une suite géométrique.  
On précisera la raison et le premier terme.
2. En déduire l'expression de  $u_n$ , puis de  $p_n$  en fonction de  $n$ .

**Exercice n°5**

Métropole J1 - 09 septembre 2025

On considère la suite  $(v_n)$  définie par : 
$$\begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = 3 - \frac{2}{v_n} \end{cases}$$

Pour tout  $n$  entier naturel, on admet que  $v_n \neq 2$  et on pose  $w_n = \frac{v_n - 1}{v_n - 2}$ .

1. Démontrer que la suite  $(w_n)$  est géométrique de raison 2.  
Préciser son premier terme  $w_0$ .
2. On admet que, pour tout  $n$  entier naturel,  $w_n - 1 = \frac{1}{v_n - 2}$ .  
En déduire que, pour tout  $n$  entier naturel,

$$v_n = 2 + \frac{1}{1,25 \times 2^n - 1}$$

**Exercice n°6**

Métropole J2 - 10 septembre 2025

Soit la suite  $(p_n)$  définie par : 
$$\begin{cases} p_0 = 0 \\ p_{n+1} = 0,2p_n + 0,3 \end{cases}$$

Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_n = p_n - \frac{3}{8}$  pour tout entier naturel  $n$ .

1. Montrer que la suite  $(u_n)$  est géométrique de raison 0,2.  
Préciser son premier terme.
2. Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :

$$p_n = \frac{3}{8}(1 - 0,2^n)$$

**Exercice n°7**

Amérique du Sud J2 - 14 novembre 2025

On considère la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par : 
$$\begin{cases} v_0 = \ln(4) \\ v_{n+1} = \ln(-1 + 2e^{v_n}) \end{cases}$$

Soit la suite  $(w_n)$  définie par  $w_n = -1 + e^{v_n}$ .

1. Démontrer que la suite  $(w_n)$  est géométrique.
2. En déduire que pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = \ln(1 + 3 \times 2^n)$ .