

Sommaire

Corrigé 1 - <i>Amérique du Nord J2</i>	22 mai 2024
Corrigé 2 - <i>Centres étrangers J1 bis</i>	07 juin 2024
Corrigé 3 - <i>Asie J2</i>	11 juin 2024
Corrigé 4 - <i>Métropole J2 (dévoilé)</i>	20 juin 2024
Corrigé 5 - <i>Métropole J1</i>	11 septembre 2024
Corrigé 6 - <i>Métropole J2</i>	12 septembre 2024
Corrigé 7 - <i>Amérique du sud J2</i>	22 novembre 2024

Exercice n°1*Amérique du Nord J2 - 22 mai 2024*

- $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n - u_n^2 \end{cases}$
- $v_n = \ln(1 - u_n)$ avec $0 < u_n < 1$.

1.
$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \ln(1 - u_{n+1}) \\ &= \ln(1 - (2u_n - u_n^2)) \\ &= \ln(1 - 2u_n + u_n^2) \\ &= \ln((1 - u_n)^2) \\ &= 2 \times \ln(1 - u_n) \end{aligned}$$

$$v_{n+1} = 2 \times v_n$$

Donc (v_n) est géométrique de raison $q = 2$

et de premier terme $v_0 = \ln(1 - u_0) = \ln\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$.

2. $v_n = v_0 \times q^n = -\ln(2) \times 2^n$

3. $v_n = \ln(1 - u_n) \iff e^{v_n} = 1 - u_n \iff u_n = 1 - e^{v_n}$

Donc : $u_n = 1 - e^{-\ln(2) \times 2^n}$.

[▲ Retour Sommaire](#)

Exercice n°2

Centres étrangers J1 bis - 07 juin 2024

- $\begin{cases} x_1 = 0,85 \\ x_{n+1} = 0,2x_n + 0,4 \end{cases}$
- $u_n = x_n - 0,5$

1.
$$\begin{aligned} u_{n+1} &= x_{n+1} - 0,5 \\ &= 0,2x_n + 0,4 - 0,5 \\ &= 0,2x_n - 0,1 \\ &= 0,2\left(x_n - \frac{0,1}{0,2}\right) \\ &= 0,2(x_n - 0,5) \end{aligned}$$

$$u_{n+1} = 0,2 \times u_n$$

Donc (u_n) est géométrique de raison $q = 0,2$
et de premier terme $u_1 = x_1 - 0,5 = 0,35$.

2. $u_n = x_n - 0,5 \iff x_n = u_n + 0,5$

Or $u_n = u_1 \times q^{n-1} = 0,35 \times 0,2^{n-1}$,

donc : $x_n = 0,35 \times 0,2^{n-1} + 0,5$.

[▲ Retour Sommaire](#)

Exercice n°3

Asie J2 - 11 juin 2024

- $\begin{cases} g_1 = 0,5 \\ g_{n+1} = 0,5g_n + 0,2 \end{cases}$
- $v_n = g_n - 0,4$

1.
$$\begin{aligned} v_{n+1} &= g_{n+1} - 0,4 \\ &= 0,5g_n + 0,2 - 0,4 \\ &= 0,5g_n - 0,2 \\ &= 0,5\left(g_n - \frac{0,2}{0,5}\right) \\ &= 0,5(g_n - 0,4) \end{aligned}$$

$$v_{n+1} = 0,5 \times v_n$$

Donc (v_n) est géométrique de raison $q = 0,5$
et de premier terme $v_1 = g_1 - 0,4 = 0,1$.

2. $v_n = g_n - 0,4 \iff g_n = v_n + 0,4$

Or $v_n = v_1 \times q^{n-1} = 0,1 \times 0,5^{n-1}$,

donc : $g_n = 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4$.

[▲ Retour Sommaire](#)

Exercice n°4

Métropole J2 (dévoilé) - 20 juin 2024

- $\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2 \end{cases}$
- $v_n = \ln(u_n - 1)$ avec $u_n > 1$.

1. $v_{n+1} = \ln(u_{n+1} - 1)$
 $= \ln(u_n^2 - 2u_n + 2 - 1)$
 $= \ln(u_n^2 - 2u_n + 1)$
 $= \ln((u_n - 1)^2)$
 $= 2 \times \ln(u_n - 1)$

$$v_{n+1} = 2 \times v_n$$

Donc (v_n) est géométrique de raison $q = 2$
et de premier terme $v_0 = \ln(u_0 - 1) = \ln(a - 1)$.

2. $v_n = \ln(u_n - 1) \iff e^{v_n} = u_n - 1 \iff u_n = e^{v_n} + 1$

Or $v_n = v_0 \times q^n = \ln(a - 1) \times 2^n$,

donc : $u_n = e^{2^n \times \ln(a-1)} + 1$.

[▲ Retour Sommaire](#)

Exercice n°5*Métropole J1 - 11 septembre 2024*

- $t_{n+1} = -0,8t_n + 18$
- $w_n = t_n - 10$

$$\begin{aligned}w_{n+1} &= t_{n+1} - 10 \\ &= -0,8t_n + 18 - 10 \\ &= -0,8t_n + 8 \\ &= -0,8\left(t_n + \frac{8}{-0,8}\right) \\ &= -0,8(t_n - 10)\end{aligned}$$

$$w_{n+1} = -0,8 \times w_n$$

Donc (w_n) est géométrique (de raison $q = -0,8$).

[▲ Retour Sommaire](#)

Exercice n°6

Métropole J2 - 12 septembre 2024

- $\begin{cases} p_1 = \frac{1}{3} \\ p_{n+1} = \frac{1}{4}p_n + \frac{1}{2} \end{cases}$
- $u_n = p_n - \frac{2}{3}$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{1.} \quad u_{n+1} &= p_{n+1} - \frac{2}{3} \\
 &= \frac{1}{4}p_n + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \\
 &= \frac{1}{4}p_n - \frac{1}{6} \\
 &= \frac{1}{4} \left(p_n - \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}} \right) \\
 &= \frac{1}{4} \left(p_n - \frac{2}{3} \right) \\
 u_{n+1} &= \frac{1}{4} \times u_n
 \end{aligned}$$

Donc (u_n) est géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$
 et de premier terme $u_1 = p_1 - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{2.} \quad u_n = p_n - \frac{2}{3} &\iff p_n = u_n + \frac{2}{3} \\
 \text{Or } u_n = u_1 \times q^{n-1} &= -\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}, \\
 \text{donc : } p_n &= -\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} + \frac{2}{3}.
 \end{aligned}$$

[▲ Retour Sommaire](#)

Exercice n°7*Amérique du sud Jour 2 - 22 novembre 2024*

- $\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \end{cases}$
- $v_n = u_n - 3$

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 3 \\ &= \frac{1}{3}u_n + 2 - 3 \\ &= \frac{1}{3}u_n - 1 \\ &= \frac{1}{3}\left(u_n - \frac{1}{3}\right) \\ &= \frac{1}{3}(u_n - 3) \\ v_{n+1} &= \frac{1}{3} \times v_n \end{aligned}$$

Donc (v_n) est géométrique (de raison $q = \frac{1}{3}$).

[▲ Retour Sommaire](#)