Exercice n°1 *Amérique du Nord J2 - 22 mai 2024*

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n - u_n^2 \end{cases}$

Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = \ln(1 - u_n)$.
On admet que $0 < u_n < 1$.

1. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 2.
Préciser son premier terme.

2. Donner une expression de v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

3. En déduire une expression de u_n en fonction de n.

Exercice n°2 *Centres étrangers J1 bis - 07 juin 2024*

On considère la suite (x_n) définie par : $\begin{cases} x_1 = 0{,}85 \\ x_{n+1} = 0{,}2x_n + 0{,}4 \end{cases}$

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = x_n - 0{,}5$.

1. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique.

2. Déterminer l'expression de x_n en fonction de n.

Exercice n°3 *Asie J2 - 11 juin 2024*

Soit (g_n) la suite définie par : $\begin{cases} g_1 = 0{,}5 \\ g_{n+1} = 0{,}5g_n + 0{,}2 \end{cases}$

Pour tout entier naturel n non nul, on pose $v_n = g_n - 0{,}4$.

1. Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
On précisera son premier terme et sa raison. ‘

2. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul,

$$g_n = 0{,}1 \times 0{,}5^{n-1} + 0{,}4$$

Exercice n°4 *Métropole J2 (dévoilé) - 20 juin 2024*

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2 \end{cases}$

Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier n, par $v_n = \ln(u_n - 1)$.
On admet que $u_n > 1$.

1. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 2 dont on précisera le premier terme en fonction de a.

2. En déduire que, pour tout entier naturel n,

$$u_n = 1 + \mathrm{e}^{2^n \times \ln(a-1)}$$

Exercice n°5 *Métropole J1 - 11 septembre 2024*

On considère la suite (u_n) vérifiant la relation de récurrence :

$$\text{pour tout entier naturel } n, \quad t_{n+1} = -0{,}8t_n + 18.$$

Soit la suite (w_n) définie pour tout entier n par $w_n = t_n - 10$.

Indiquer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse.
La réponse doit être justifiée.

Affirmation :

« La suite (w_n) est géométrique ».

Exercice n°6 *Métropole J2 - 12 septembre 2024*

Soit la suite (p_n) définie par : $\begin{cases} p_1 = \dfrac{1}{3} \\ p_{n+1} = \dfrac{1}{4}p_n + \dfrac{1}{2} \end{cases}$

On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel $n \geq 1$, par :

$$u_n = p_n - \frac{2}{3}$$

1. Montrer que la suite (u_n) est géométrique.
Préciser son premier terme et sa raison.

2. En déduire l'expression de p_n en fonction de n.

Exercice n°7 *Amérique du sud Jour 2 - 22 novembre 2024*

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + 2 \end{cases}$

Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 3$.

Indiquer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse.
La réponse doit être justifiée.

Affirmation :

« La suite (v_n) est géométrique ».
