

Exercice n°1

*Contrôleur des douanes - Branche : opérations commerciales
Concours externe - Février 2025*

On désigne par (u_n) la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 50 \\ u_{n+1} = 0,95u_n + 3 \end{cases}$$

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = 60 - u_n$.

1.
 - a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,95.
 - b. Calculer v_0 .
 - c. Déterminer l'expression de v_n en fonction de n .
2. Démontrer que pour tout entier naturel n ,

$$u_n = 60 - 10 \times (0,95)^n$$

Exercice n°2

*Contrôleur des douanes - Branche : opérations commerciales
Concours externe - Février 2024*

On considère la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 8 \\ u_{n+1} = \frac{6u_n + 2}{u_n + 5} \end{cases}$$

On définit la suite (v_n) pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 1}$.

1. Calculer v_0 .
 2. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{4}{7}$.
-

Exercice n°3

*Contrôleur des finances publiques
Concours externe - Janvier 2024*

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{4}n + 1 \end{cases}$$

On considère la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par $v_n = u_n - n$.

1. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique et préciser ses éléments.
 2. Montrer que pour tout entier naturel n , $u_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n + n$.
-

Exercice n°4

*Geipi Polytech - Avril 2024
Concours d'entrée dans des écoles d'ingénieur*

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4} \end{cases}$$

On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

1.
 - a. Déterminer la constante k telle $v_{n+1} = k \times v_n$.
 - b. Que peut-on dire sur la nature de la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$?
 - c. En déduire l'expression de v_n en fonction de n .
 2. Exprimer u_n en fonction de v_n pour tout entier naturel n .
 3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
-