

## Sommaire

<b>Corrigé 1</b> - <i>Amérique du Nord J2</i>	22 mai 2025
<b>Corrigé 2</b> - <i>Amérique du Nord J2 (secours)</i>	22 mai 2025
<b>Corrigé 3</b> - <i>Asie J2</i>	12 juin 2025
<b>Corrigé 4</b> - <i>Asie J1</i>	05 septembre 2025
<b>Corrigé 5</b> - <i>Métropole J1</i>	09 septembre 2025
<b>Corrigé 6</b> - <i>Métropole J2</i>	10 septembre 2025
<b>Corrigé 7</b> - <i>Amérique du Sud J2</i>	14 novembre 2025

**Exercice n°1***Amérique du Nord J2 - 22 mai 2025*

- $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n} \end{cases}$
- $v_n = \ln(u_n)$ .

**1.** 
$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \ln(u_{n+1}) \\ &= \ln(\sqrt{u_n}) \\ &= \ln(u_n^{\frac{1}{2}}) \\ &= \frac{1}{2} \ln(u_n) \\ v_{n+1} &= \frac{1}{2} \times v_n \end{aligned}$$

Donc  $(v_n)$  est géométrique de raison  $q = \frac{1}{2}$ .

**2.** 
$$v_n = v_0 \times q^n = \ln(u_0) \times q^n = \ln(2) \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

**3.** 
$$v_n = \ln(u_n)$$

Donc : 
$$\ln(2) \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = \ln(u_n)$$

D'où : 
$$\begin{aligned} \ln(2) &= \frac{\ln(u_n)}{\left(\frac{1}{2}\right)^n} \\ &= \frac{\ln(u_n)}{\left(\frac{1^n}{2^n}\right)} \\ &= \ln(u_n) \times \left(\frac{2^n}{1^n}\right) \\ \ln(2) &= 2^n \times \ln(u_n). \end{aligned}$$

[▲ Retour Sommaire](#)

**Exercice n°2**

Amérique du Nord J2 (secours) - 22 mai 2025

$$\bullet \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \end{cases}$$

$$\bullet w_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$$

$$\begin{aligned} \mathbf{1.} \quad w_{n+1} &= u_{n+2} - \frac{1}{2}u_{n+1} \\ &= \left(u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n\right) - \frac{1}{2}u_{n+1} \\ &= \frac{1}{2}u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \\ &= \frac{1}{2} \left(u_{n+1} - \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}u_n\right) \\ &= \frac{1}{2} \left(u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n\right) \\ w_{n+1} &= \frac{1}{2} \times w_n \end{aligned}$$

Donc  $(w_n)$  est géométrique de raison  $q = \frac{1}{2}$ .

$$\mathbf{2.} \quad w_n = w_0 \times q^n = \left(u_1 - \frac{1}{2}u_0\right) \times q^n = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\mathbf{3.} \quad w_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n \iff u_{n+1} = w_n + \frac{1}{2}u_n$$

$$\begin{aligned} \text{Donc : } u_{n+1} &= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{1}{2}u_n \\ u_{n+1} &= \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{1}{2}u_n \\ u_{n+1} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}u_n. \end{aligned}$$

▲ [Retour Sommaire](#)

**Exercice n°3**

Asie J2 - 12 juin 2025

$$\bullet \begin{cases} u_0 = 30 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 10 \end{cases}$$
$$\bullet v_n = u_n - 20$$

**1.**  $u_1 = 25$   
 $u_2 = 22,5$

**2.**  $v_{n+1} = u_{n+1} - 20$

$$= \frac{1}{2}u_n + 10 - 20$$
$$= \frac{1}{2}u_n - 10$$
$$= \frac{1}{2}\left(u_n - \frac{10}{\frac{1}{2}}\right)$$
$$= \frac{1}{2}(u_n - 20)$$
$$v_{n+1} = \frac{1}{2} \times v_n$$

Donc  $(v_n)$  est géométrique de raison  $q = \frac{1}{2}$ .

**3.**  $v_n = v_0 \times q^n = (u_0 - 20) \times q^n = 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

**4.**  $v_n = u_n - 20 \iff u_n = v_n + 20$

Donc :  $u_n = 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + 20$ .

[▲ Retour Sommaire](#)

**Exercice n°4**

Asie J1 - 05 septembre 2025

- $\begin{cases} p_1 = 1 \\ p_{n+1} = -0,4p_n + 0,7 \end{cases}$
- $u_n = p_n - 0,5$ .

**1.**  $u_{n+1} = p_{n+1} - 0,5$   
 $= -0,4p_n + 0,7 - 0,5$   
 $= -0,4p_n + 0,2$   
 $= -0,4 \left( p_n + \frac{0,2}{-0,4} \right)$   
 $= -0,4(p_n - 0,5)$   
 $u_{n+1} = -0,4 \times u_n$

Donc  $(u_n)$  est géométrique de raison  $q = -0,4$   
et de premier terme  $u_1 = p_1 - 0,5 = 0,5$ .

- 2.**
- $u_n = u_1 \times q^{n-1} = 0,5 \times (-0,4)^{n-1}$
  - $u_n = p_n - 0,5 \iff p_n = u_n + 0,5$   
Donc :  $p_n = 0,5 \times (-0,4)^{n-1} + 0,5$ .

[▲ Retour Sommaire](#)

**Exercice n°5**

Métropole J1 - 09 septembre 2025

$$\bullet \begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = 3 - \frac{2}{v_n} \end{cases}$$

$$\bullet w_n = \frac{v_n - 1}{v_n - 2}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{1.} \quad w_{n+1} &= \frac{v_{n+1} - 1}{v_{n+1} - 2} = \frac{3 - \frac{2}{v_n} - 1}{3 - \frac{2}{v_n} - 2} \\ &= \frac{2 - \frac{2}{v_n}}{1 - \frac{2}{v_n}} \\ &= \frac{2v_n - 2}{v_n - 2} \\ &= \frac{v_n}{v_n - 2} \\ &= \frac{2v_n - 2}{v_n} \times \frac{v_n}{v_n - 2} \\ &= \frac{2(v_n - 1)}{v_n - 2} = 2 \times \frac{v_n - 1}{v_n - 2} \end{aligned}$$

$$w_{n+1} = 2 \times w_n$$

Donc  $(w_n)$  est géométrique de raison  $q = 2$   
 et de premier terme  $w_0 = \frac{v_0 - 1}{v_0 - 2} = \frac{5}{4} = 1,25$ .

$$\mathbf{2.} \quad \bullet w_n = w_0 \times q^n = 1,25 \times 2^n$$

$$\bullet w_n - 1 = \frac{1}{v_n - 2} \iff \frac{1}{w_n - 1} = v_n - 2 \iff v_n = \frac{1}{w_n - 1} + 2$$

$$\text{Donc : } v_n = \frac{1}{1,25 \times 2^n - 1} + 2.$$

▲ [Retour Sommaire](#)

**Exercice n°6**

Métropole J2 - 10 septembre 2025

- $\begin{cases} p_1 = 0,3 \\ p_{n+1} = 0,2p_n + 0,3 \end{cases}$
- $u_n = p_n - \frac{3}{8}$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{1.} \quad u_{n+1} &= p_{n+1} - \frac{3}{8} \\
 &= 0,2p_n + 0,3 - \frac{3}{8} \\
 &= 0,2p_n - 0,075 \\
 &= 0,2 \left( p_n - \frac{0,075}{0,2} \right) \\
 &= 0,2 \left( p_n - \frac{3}{8} \right)
 \end{aligned}$$

$$u_{n+1} = 0,2 \times u_n$$

Donc  $(u_n)$  est géométrique de raison  $q = 0,2$   
 et de premier terme  $u_1 = p_1 - \frac{3}{8} = \frac{-3}{40}$ .

$$\begin{aligned}
 \mathbf{2.} \quad & \bullet u_n = u_1 \times q^{n-1} = \frac{-3}{40} \times 0,2^{n-1} \\
 & \bullet u_n = p_n - \frac{3}{8} \iff p_n = u_n + \frac{3}{8} \\
 \text{Donc : } p_n &= \frac{-3}{40} \times 0,2^{n-1} + \frac{3}{8} \\
 &= \frac{-3}{40} \times \frac{0,2^n}{0,2^1} + \frac{3}{8} \\
 &= \frac{3}{40 \times 0,2} \times -0,2^n + \frac{3}{8} \\
 &= \frac{3}{8} \times -0,2^n + \frac{3}{8} \times 1 \\
 p_n &= \frac{3}{8} (-0,2^n + 1).
 \end{aligned}$$

▲ [Retour Sommaire](#)

**Exercice n°7***Amérique du Sud J2 - 14 novembre 2025*

- $\begin{cases} v_0 = \ln(4) \\ v_{n+1} = \ln(-1 + 2e^{v_n}) \end{cases}$
- $w_n = -1 + e^{v_n}$

**1.**  $w_{n+1} = -1 + e^{v_{n+1}}$   
 $= -1 + e^{\ln(-1+2e^{v_n})}$   
 $= -1 + (-1 + 2e^{v_n})$   
 $= -2 + 2e^{v_n}$   
 $= 2(-1 + e^{v_n})$

$$w_{n+1} = 2 \times w_n$$

Donc  $(w_n)$  est géométrique de raison  $q = 2$ .

- 2.**
- $w_n = w_0 \times q^n = (-1 + e^{v_0}) \times q^n = 3 \times 2^n$
  - $w_n = -1 + e^{v_n} \iff e^{v_n} = w_n + 1 \iff v_n = \ln(w_n + 1)$   
Donc :  $v_n = \ln(3 \times 2^n + 1)$ .

[▲ Retour Sommaire](#)